

## Les Nombres Relatifs

# PRODUIT ET RAPPORT

Les Orientations Pédagogiques	Les compétences
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Présenter les propriétés de la multiplication à partir des exemples</li> <li>• Après la définition de l'inverse d'un nombre et grâce à l'utilisation de la calculatrice, on peut constater que le quotient de deux nombres relatifs, est le produit du premier par l'inverse du deuxième</li> <li>• La technique de division est utilisée pour déterminer les valeurs approchées par défaut et par excès</li> <li>• la calculatrice est considérée comme outil pour traiter les concepts précédents</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>∴ Calcul le produit de deux nombres relatifs</li> <li>∴ Calculer le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs</li> <li>∴ Maîtrise des règles des signes</li> <li>∴ Calculer le quotient de deux nombres relatifs</li> <li>∴ Calculer la valeur approximative d'un quotient de deux nombres relatifs</li> <li>∴ Cadrer le quotient deux décimaux relatifs</li> <li>∴ Reconnaître la puissance d'un nombre relatif</li> <li>∴ Utiliser les propriétés des puissances</li> <li>∴ Reconnaître la puissance de 10 et ses propriétés</li> <li>∴</li> </ul>
Les prés-requis	Les extensions
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer la somme et la différence de deux décimaux relatifs</li> <li>• Calcul du produit et quotient des nombres décimaux et naturels</li> </ul> <p>Calculer la valeur approximative d'un quotient.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>∴ Les nombres rationnels</li> <li>∴ Calcul littéral</li> <li>∴ Développement et factorisation</li> <li>∴ Les équations</li> </ul>
Les outils Didactiques	Durée
<ul style="list-style-type: none"> <li>∴ Le manuel</li> <li>∴ La calculatrice</li> <li>∴ Le tableau</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>∴ 8 heures</li> </ul>

Objectifs	Activités du cours	Durée	Observation/Tâches d'enseignant/d'élève
Produit de deux nombres décimaux relatifs	<p><b>I- Multiplication et division de nombres relatifs</b></p> <p><b>Activité 01 :</b></p> <p>1 ) Calculer et compléter les pointillés avec le nombre convenable :</p> $A = (+ 2) + (+2) + (+ 2) = \dots\dots$ $= (+2) \times \dots\dots = \dots\dots$ $B = (- 2) + (-2) + (- 2) = \dots\dots$ $= (- 2) \times \dots\dots = \dots\dots$ $C = (-1, 2) + (-1,2) + (-1,2) = \dots\dots$ $= (-1, 2) \times \dots\dots = \dots\dots$ $D = (-5,1) + (-5,1) + (-5,1) + (-5,1) + (-5,1) = \dots\dots$ $= (-5,1) \times \dots\dots = \dots\dots$ <p>2) déduire le signe du produit de deux nombres relatifs de signes contraire.</p> <p>3) observer puis calculer les produit suivantes :</p> $(- 2) \times (- 2) = (+ 8) ; 4 \times 5 = 20 = (+4) \times (+5)$ $E = 10,5 \times 2,4$ $F = (- 3) \times (-7)$ $G = (- 2,5) \times (-2)$ <p><b>1) <u>PRODUIT DE NOMBRES RELATIFS</u></b></p> <p><b>a) Produit d'un nombre relatif par (-1)</b></p> <p><i>Règle de calcul :</i></p> <p>Calculer le <b>produit</b> d'un nombre relatif <b>par (-1)</b> revient à prendre son <b>opposé</b>.</p> <p><i>Exemples :</i></p> $(-1) \times (+5) = -5 \qquad (-1) \times (-3,5) = +3,5 = 3,5$ $(-1) \times 0 = 0 \qquad (-1) \times (-1) = +1 = 1$ <p>Produit d'un nombre négatif par un nombre positif</p> <p><i>Règle de calcul</i></p> <p>Calculer le <b>produit</b> d'un nombre <b>négatif</b> par un nombre <b>positif</b> :</p>	20 min	

<p>Calculer le produit de 2 nombres relatifs</p> <p>Multiplier un nombre relatif par -1 ou 1 ou 0</p> <p>Produit de plusieurs nombres décimaux relatifs</p>	<p>⊗ Le résultat est un <b>négatif</b>  ⊗ On calcule le <b>produit des distances à zéro.</b></p>	15 min	
	<p><i>Exemples :</i>  <math>(-3) \times (+6) = -3 \times 6 = -18</math>  <math>(+5,5) \times (-2) = -5,5 \times 2 = -11</math></p> <p><b>b) Produit de deux nombres négatifs</b></p> <p><i>Règle de calcul :</i></p>		
	<p>Calculer le <b>produit</b> de deux nombres <b>négatifs</b>:</p> <p>⊗ Le résultat est un <b>positif</b>  ⊗ On calcule le <b>produit des distances à zéro.</b></p>		
	<p><i>Exemples :</i>  <math>(-5) \times (-3) = +15 = 15</math>      <math>(-2,3) \times (-7,2) = +16,56 = 16,56</math></p> <p><b>Application 01 :</b> Calculer :</p> <p style="text-align: center;"><math>2,4 \times (-2)</math> ; <math>(+8) \times (+2)</math> ; <math>(-5) \times (-3)</math>  <math>7 \times (-6)</math> ; <math>(-3,1) \times (-0,2)</math> ; <math>(-9) \times 3</math></p> <p><b>Application 02 :</b> Complète les pointilles suivantes :</p> <p><math>(-158) \times \dots = -158</math> ; <math>(-37) \times \dots = 37</math></p> <p><math>52 \times \dots = 0</math> ; <math>(-1) \times \dots = 1</math></p> <p><math>(-1) \times \dots = 23</math> ; <math>1 \times \dots = 87</math></p> <p><b>Activité 02 :</b></p> <p>1 ) calculer les expressions suivantes :</p> <p style="text-align: center;"><math>A = (-5) \times (-2)</math> ; <math>B = (+4) \times (-2)</math> ; <math>C = (+4) \times (-2)</math></p> <p>2 ) calculer <math>A \times B</math> puis déterminer le signe du produit</p> <p>3 ) combien on a de nombres négatifs sur le produit <math>A \times B</math></p>		

- 4 ) calculer  $A \times B \times C$  puis déterminer le signe du produit
- 5 ) combiner on a de nombres négatifs sur le produit  $A \times B \times C$
- 6 ) déduire une règle pour déterminer le signe de plusieurs nombres relatifs

**a) Généralisation à un produit quelconque :**

*Règle des signes :*

Si dans une multiplication il y a :

- ⌘ Un nombre **pair** de facteurs **négatifs**, le produit est **positif**.
- ⌘ Un nombre **impair** de facteurs **négatifs**, le produit est **négatif**.

**Rappel :** Dans une **multiplication**, on **peut changer** l'ordre des facteurs.

**Activité 03 :**

Recopier et compléter :

- $\underbrace{9}_{\text{Positif}} \times \underbrace{7}_{\text{Positif}} = \underbrace{63}_{\text{Positif}}$  donc  $\underbrace{63}_{\text{Positif}} \div \underbrace{9}_{\text{Positif}} = \underbrace{7}_{\text{Positif}}$
- $\underbrace{-9}_{\text{négatif}} \times \underbrace{\dots}_{\dots} = \underbrace{63}_{\text{Positif}}$  donc  $\underbrace{63}_{\text{Positif}} \div \underbrace{-9}_{\text{négatif}} = \underbrace{\dots}_{\dots}$
- $\underbrace{-9}_{\dots} \times \underbrace{\dots}_{\dots} = \underbrace{-63}_{\dots}$  donc  $\underbrace{-63}_{\dots} \div \underbrace{-9}_{\dots} = \underbrace{\dots}_{\dots}$
- $\underbrace{9}_{\dots} \times \underbrace{\dots}_{\dots} = \underbrace{-63}_{\dots}$  donc  $\underbrace{-63}_{\dots} \div \underbrace{9}_{\dots} = \underbrace{\dots}_{\dots}$

Enoncer une conjecture concernant le signe du quotient :

- De deux nombres de meme signe.
- De deux nombres de signes contraires.

Division de deux nombres décimaux relatifs

20 min

## 1) QUOTIENT DE NOMBRES RELATIFS

### c) Inverse d'un nombre relatif

*Définition :*

L'inverse d'un nombre relatif « a » est le nombre qui vérifie  $a \times \dots = 1$

On le note  $\frac{1}{a} = a^{-1}$ .

On a  $a \times \frac{1}{a} = 1$  et  $\frac{1}{a} \times a = 1$

On écrit  $a \times a^{-1} = 1$  et  $a^{-1} \times a = 1$

*Exemples :*

L'inverse de 3 est  $\frac{1}{3}$  car  $3 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$

On note  $3^{-1} = 1/3$ .

*Remarque :*

Un nombre et son inverse ont le même signe.

### a) Quotient de deux nombres relatifs

*Rappels :*

Diviser un nombre par « b » revient à le multiplier par l'inverse de « b » :

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

*Exemples :*

$$\frac{4}{3} = \dots$$

$$\frac{5}{7} = \dots$$

*Règle des signes pour un quotient de deux nombres relatifs :*

Calculer le **quotient** de deux nombres relatifs :

⌘ On détermine le signe du résultat par la règle des signes

⌘ On calcule le quotient des distances à zéro

*Exemples :*

$$\frac{-1}{2} = -\left(\frac{1}{2}\right) = -0,5$$

$$\frac{2}{-5} = -\left(\frac{2}{5}\right) = -0,4$$

$$\frac{-25}{-10} = +\left(\frac{25}{10}\right) = 2,5$$

## 1) SUITES D'OPERATIONS ET PRIORITES

*Règle de calcul :*

15 min

10 min



Puissance d'un nombre relatif :

## I- La Puissance

### Activité 04 :

→ La notion <puissance> est utilisée pour remplacer des produits comme dans les exemples suivants :

- $3 \times 3 \times 3 = 3^3$  qui se lit <3 à la puissance 3 >
  - $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^5$  qui se lit <6 à la puissance 5>
- Écrire sous la forme d'une puissance :
- $A = (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$
  - $B = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
  - $C = (14,4) \times (14,4) \times (14,4)$

### 1) LA PUISSANCE D'UN NOMBRE RELATIF :

#### Définitions

Soit  $n$  un nombre entier positif, et  $a$  un nombre relatif non nul :  
 Le nombre :  $a^n$  est lu «  **$a$  à la puissance  $n$**  ». tel que :  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n$   
 **$n$  facteur**

$a$  est appelé la **base**  
 $n$  est appelé l'**exposant**.

**Remarque :** En particulier :  $a^{-1} = \frac{1}{a}$  et  $a^1 = a$  et  $a^0 = 1$

**Exemple 1 :** Donne l'écriture décimale de nombre :  $2^4$   
 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

### Activité 05 :

$n$	1	2	3	4	5	6
$(-2)^n$						
$5^n$						
$(-3)^n$						

1. Compléter le tableau.
2. Ce que vous concluez à propos du signe d'une puissance ?.

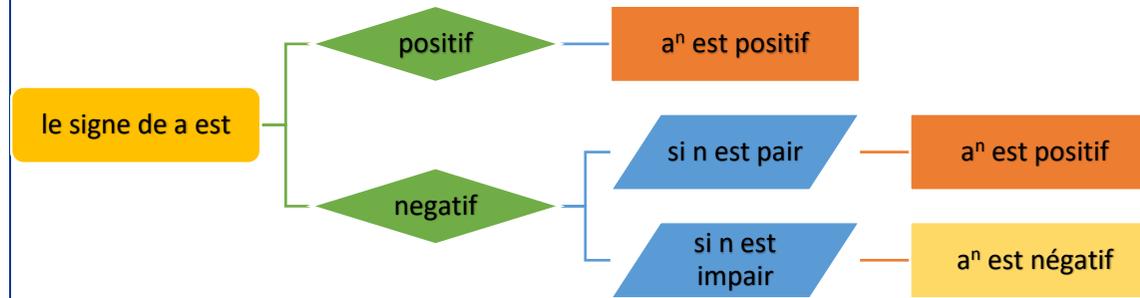
20 min

Signe d'une puissance:

20 min

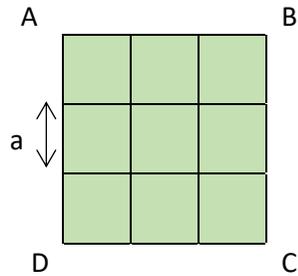
## 2) SIGNE D'UNE PUISSANCE

Pour déterminer le signe de la puissance  $a^n$  on suit le diagramme suivant :



PROPRIETES  
DES  
PUISSANCES :

### Activité 05



1. Calculer la surface de carré ABCD par deux méthodes différentes  
Il a conclu que :  $(3a)^2 = 3^2 a^2$

2. Compléter :

$$10^{\dots} = 10^2 \times 10^3$$

$$6^6 = 2^{\dots} \times 3^{\dots}$$

3. Calculer :

$$E = 2^2 \times 2^3$$

$$F = 4^3 \times 4^4$$

4. Calculer:

$$G = (2^3)^2$$

$$H = (5^2)^4$$

20 min

10 min

**II- PROPRIETES DES PUISSANCES :**

<i>PRODUIT</i>		<i>Puissance de puissance</i>
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$a^n \times b^n = (a \times b)^n$	$(a^n)^m = a^{nm}$
<b>Exemple :</b> $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$	<b>Exemple :</b> $(-5)^4 \times 2^4 = (-5 \times 2)^4$	<b>Exemple :</b> $(6^2)^5 = 6^{2 \times 5} = 6^{10}$
<i>QUOTIENT</i>		
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	
<b>EXEMPLE :</b> $\frac{8^7}{8^4} = 8^{7-4} = 8^3$	<b>Exemple :</b> $\frac{18^6}{3^6} = \left(\frac{18}{3}\right)^6 = 6^6$	

**III- PUISSANCES DE 10 :**

<i>PRODUIT</i>	<i>INVERSE</i>	<i>QUOTIENT</i>	<i>Puissance de puissance</i>
$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$	$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$	$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$	$(10^m)^n = 10^{m \times n}$
<b>Exemple :</b> $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$ $= 100000$	<b>Exemple :</b> $\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$ $= 0.0000001$	<b>EXEMPLE :</b> $\frac{10^7}{10^4} = 10^{7-4}$ $= 10^3 = 1000$	<b>Exemple :</b> $(10^{-5})^2 = 10^{-5 \times 2} = 10^{-10}$

**Application 01 : calculer**

$2^3$  ;  $(-6)^2$  ;  $(1,2)^4$  ;  $(0,6)^2$  ;  $(0,1)^5$  ;  $15^0$  ;  $(1,25)^2$  ;  $(-2)^4$

**Application 02 : Ecrire sous forme de puissance**

9 ; 36 ; 25 ; 27 ; 10000 ; 121

Calculer une puissance

Le signe d'une puissance

10 min

10 min

<p>Ecrire sous forme de puissance</p>	<p><b>Application 03 :</b></p> <p>Déterminer le signe des puissances suivantes :</p> <p><math>(-2)^{2003}</math> ; <math>(-5,2)^{2004}</math> ; <math>(-1)^{27}</math> ; <math>(-4,6)^{36}</math> ; <math>(-0,1)^5</math> ; <math>15^{41}</math> ; <math>-(10,5)^6</math> ; <math>(-2)^4</math> ; <math>(-0,0005)^7</math></p>	<p>5 min</p>	
<p>Ecrire sous forme de puissance de 10</p>	<p><b>Application 04 :</b> Ecrire sous forme de puissance</p> <p><math>3^7 \times 3^2</math> ; <math>2^4 \times 5^4</math> ; <math>11^5 \times 11^7</math> ;</p> <p><math>(-2)^3 \times (-2)^6</math> ; <math>(12^3)^6</math> ; <math>((-7)^2)^5</math></p> <p><math>\frac{15^{13}}{15^2}</math> ; <math>\frac{(-14)^3}{7^3}</math> ; <math>\frac{5^{10}}{5^8}</math> ; <math>\frac{9^6}{2^6}</math></p>	<p>15 min</p>	
	<p><b>Application 05 :</b> Ecrire sous forme de puissance de 10</p> <p><math>10^7 \times 10^2</math> ; <math>10^4 \times 10^4</math> ; <math>1000 \times 10^7</math></p> <p><math>(10^3)^6</math> ; <math>((10)^2)^5 \times 10^6</math> ; <math>\frac{10^{13}}{10^2}</math> ; <math>\frac{10^9}{10^7}</math></p>	<p>15 min</p>	