

Les angles

I_ Angle :

1/ Définition :

Un angle est une figure formée par deux demi-droites de même origine
Les demi-droites s'appellent les côtés de l'angle.
L'origine commune s'appelle le sommet de l'angle.

2/ Notation :

On note un angle à l'aide de trois lettres surmontées d'un chapeau.
La lettre centrale indique toujours le sommet.

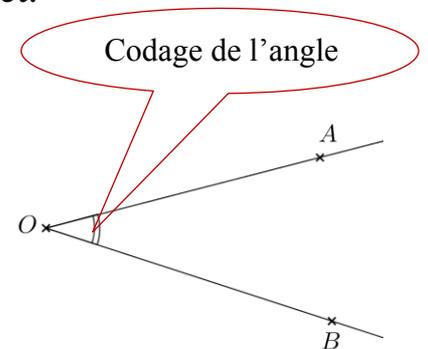
3/ Exemple :

On considère l'angle suivant :

Cet angle est noté : $\hat{A}OB$.

Les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$ sont les côtés de l'angle $\hat{A}OB$.

Le point O c'est le sommet de l'angle $\hat{A}OB$.



4/ Mesure d'angle :

Pour mesurer un angle on utilise le rapporteur. L'unité de mesure des angles est le degré.

II_ Les différents types d'angles :

1/ Angle nul :

a)_Définition :

L'angle nul est un angle dont la mesure est égale à 0°

b)_Exemple :

Soit $\hat{A}OB$ un angle nul.



On écrit : $\hat{A}OB = 0^\circ$

Remarque :

Les côtés d'un angle nul sont deux demi-droites confondues

2/ Angle aigu :

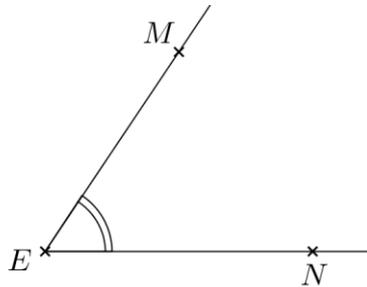
a)_Définition :

L'angle aigu est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 0° et 90° .

b)_Exemple :

Soit \widehat{MEN} un angle aigu.

On écrit : $0^\circ < \widehat{MEN} < 90^\circ$



3/ Angle droit :

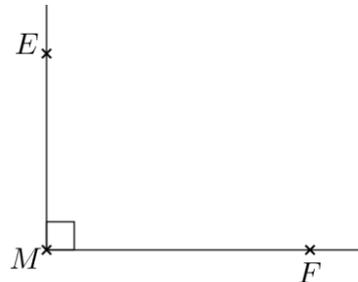
a)_Définition :

L'angle droit est un angle dont la mesure est égale à 90° .

b)_Exemple :

Soit \widehat{EMF} un angle droit.

On écrit : $\widehat{EMF} = 90^\circ$



4/ Angle obtus :

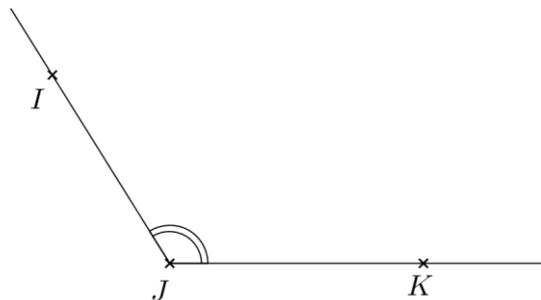
a)_Définition :

L'angle obtus est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 90° et 180° .

b)_Exemple :

Soit \widehat{IJK} un angle obtus.

On écrit : $90^\circ < \widehat{IJK} < 180^\circ$



5/ Angle plat :

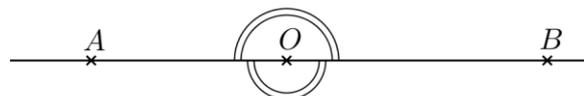
a)_Définition :

L'angle plat est un angle dont la mesure est égale à 180° .

b)_Exemple :

Soit \widehat{AOB} un angle droit.

On écrit : $\widehat{AOB} = 180^\circ$



Remarque :

Les côtés d'un angle plat sont deux demi-droites opposées

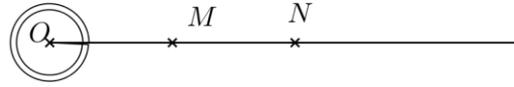
6/ Angle plein :

a)_Définition :

L'angle plein est un angle dont la mesure est égale à 360° .

b)_Exemple :

Soit $\hat{M}\hat{O}\hat{N}$ un angle plein.



On écrit : $\hat{M}\hat{O}\hat{N} = 360^\circ$

Remarque :

Les côtés d'un angle plein sont deux demi-droites confondues

III_ Relation entre deux angles :

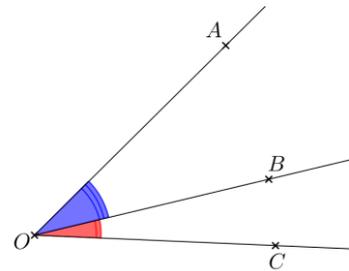
1/ Angles adjacents :

a)_Définition :

Deux angles adjacents sont deux angles qui ont :
Le même sommet.
Un côté commun.
Sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

b)_Exemple :

Soient $\hat{A}\hat{O}\hat{B}$ et $\hat{B}\hat{O}\hat{C}$ deux angles adjacents.



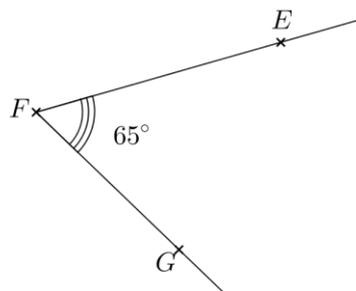
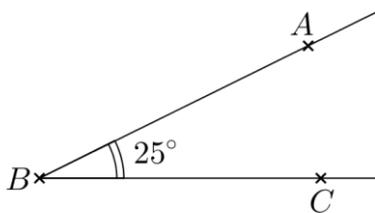
2/ Angles complémentaires :

a)_Définition :

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesures est égale à 90° .

b)_Exemple :

Soient $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$ et $\hat{E}\hat{F}\hat{G}$ deux angles tels que : $\hat{A}\hat{B}\hat{C} = 25^\circ$ et $\hat{E}\hat{F}\hat{G} = 65^\circ$.



$$\text{On a : } \hat{A}\hat{B}\hat{C} + \hat{E}\hat{F}\hat{G} = 25^\circ + 65^\circ \\ = 90^\circ$$

Donc : $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$ et $\hat{E}\hat{F}\hat{G}$ sont deux angles complémentaires.

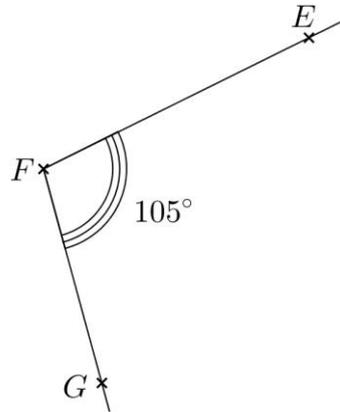
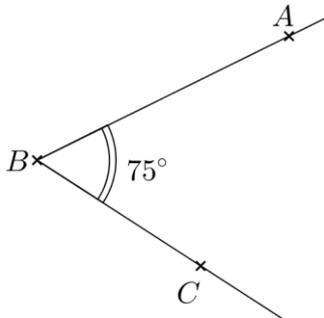
3/ Angles supplémentaires :

a)_ Définition :

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesures est égale à 180° .

b)_ Exemple :

Soient $\hat{A}BC$ et $\hat{E}FG$ deux angles tels que : $\hat{A}BC = 75^\circ$ et $\hat{E}FG = 105^\circ$.



$$\begin{aligned} \text{On a : } \hat{A}BC + \hat{E}FG &= 75^\circ + 105^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

Donc : $\hat{A}BC$ et $\hat{E}FG$ sont deux angles supplémentaires.

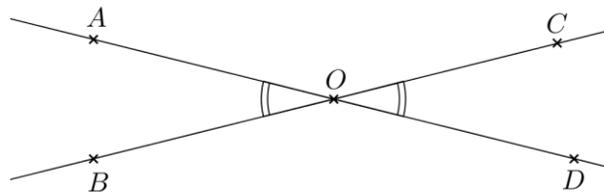
4/ Angles opposés par le sommet :

a)_ Définition :

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont le même sommet et leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

b)_ Exemple :

On considère la figure suivante :



On dit que : $\hat{A}OB$ et $\hat{C}OD$ deux angles opposés par le sommet O .

Ainsi que les angles $\hat{A}OC$ et $\hat{B}OD$ sont opposés par le sommet O .

5/ Angles isométriques (égaux) :

Deux angles isométriques (égaux) sont deux angles de même mesure.

Remarque importante : Deux angles opposés par le sommet sont égaux (isométriques)

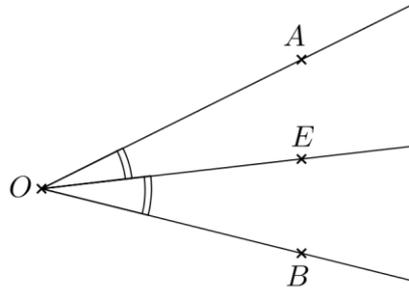
IV_ Bissectrice d'un angle :

1/ Définition :

La bissectrice d'un angle est une demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents isométriques.

2/ Exemples :

Soient $\hat{A}OB$ un angle et $[OE)$ sa bissectrice.



3/ Propriété :

Si $[OE)$ est la bissectrice d'un angle $\hat{A}OB$, alors :

$$\hat{A}OE = \frac{\hat{A}OB}{2} \quad \text{et} \quad \hat{E}OB = \frac{\hat{A}OB}{2} \quad ; ; \quad \hat{A}OB = 2 \times \hat{A}OE \quad \text{et} \quad \hat{A}OB = 2 \times \hat{E}OB$$

4/ Applications :

1/_ Soient $\hat{E}OF$ un angle et $[OM)$ sa bissectrice tel que : $\hat{E}OF = 60^\circ$.

Calculons $\hat{E}OM$ et $\hat{M}OF$.

Puisque $[OM)$ est la bissectrice de l'angle $\hat{E}OF$, alors : $\hat{E}OM = \frac{\hat{E}OF}{2}$ et $\hat{M}OF = \frac{\hat{E}OF}{2}$

$$\text{Donc : } \begin{cases} \hat{E}OM = \frac{60^\circ}{2} \\ \hat{M}OF = \frac{60^\circ}{2} \end{cases} ; \quad \text{D'où : } \boxed{\hat{E}OM = 30^\circ} \quad \text{et} \quad \boxed{\hat{M}OF = 30^\circ}$$

2/_ Soient $\hat{E}OF$ un angle et $[OM)$ sa bissectrice tel que : $\hat{E}OM = 35^\circ$.

Calculons $\hat{E}OF$.

Puisque $[OM)$ est la bissectrice de l'angle $\hat{E}OF$, alors : $\hat{E}OF = 2 \times \hat{E}OM$.

$$\text{Donc : } \hat{E}OF = 2 \times 35^\circ ; \quad \text{D'où : } \boxed{\hat{E}OF = 70^\circ}$$